# 層流における伝熱促進のための壁面形状最適化 Shape Optimization of Solid Surface for Heat Transfer Enhancement in Laminar Flow

○正 長谷川 洋介(東大) 正 鹿園 直毅(東大)

Yosuke Hasegawa and Naoki Shikazono

Institute of Industrial Science, The University of Tokyo, 4-6-1 Komaba, Meguro-ku, Tokyo 153-8505

The adjoint-based shape optimization is applied to a parallel channel with oblique waves, which was found to be quite promising for enhancing heat transfer in single-phase laminar flow with relatively small pressure penalty. It is found that the optimized wall geometry further increases the heat transfer rate by around 8 % from that achieved by the existing oblique wave, while the pressure loss is kept unchanged. Meanwhile, the same optimization procedure is also applied to an initially random surface. The resultant optimized surface exhibits a property of oblique waves. This implies that an oblique wavy surface is optimal for achieving dissimilar heat transfer enhancement while suppressing the pressure loss.

Key Words: shape optimization, single-phase flow, heat transfer, pressure loss

## 1. 背景

現代社会は、熱と電気/機械エネルギーの相互変換の上 に成り立っており、エネルギー機器の更なる高効率化に向 けて、固体-流体間における伝熱現象の自在な制御は、基盤 技術である.空調機等で見られるレイノルズ数で100程度 の熱交換器では、前縁効果を利用したルーバーフィン等が 広く用いられるが、産業用ラジエータ、給湯用ヒートポン プ等,新たなエネルギー機器のニーズに対応するためには、 より高いレイノルズ数域での伝熱促進技術が必要とされて おり、依然として研究例が少ないのが現状である.

近年、斜交波状壁を伝熱面に用いることで、層流域の伝 熱・圧力損失特性を著しく向上できることが報告されてい る<sup>(1)</sup>. これにより伝熱面ピッチを確保することが可能とな り、ゴミ、凝縮液等の目詰まりに伴う性能劣化も起きにく いという利点もある.この形状は、2次流れを誘起するこ とで伝熱を促進しつつ,剥離を防ぐことで圧力損失を低減 するという物理的洞察に基づき提案され、その後、随伴解 析を用いた形状最適化により、更なる性能向上が確認され た<sup>(2)</sup>. 上記の研究例では,正方形ダクトの上下壁面に斜波 状壁を適用しているが、一般に平行平板の方が伝熱・圧力 損失特性が高く、工学応用上は有利である.斜交波状面の 平行平板への適用も行われ、高い伝熱・圧力損失特性が確 認されたが<sup>(3,4)</sup>,形状最適化には至っていない.本研究では, 斜波状壁面を平行平板流に適用し,その伝熱・圧力損失特 性を明らかにすると共に,随伴解析よる形状最適化を行い, 更なる性能向上のための設計指針を得ることを目的とする.

#### 2. 計算条件, 手法

本研究で対象とする斜交波状壁面の幾何学形状,及び座 標系を図1に示す.上下の平板間距離をHとして,両壁面 に同一の斜交波状変形を付与した.過去の研究例に基づき, スパン方向周期W = 2H,斜交波角度 $\theta$ を 60 度とした.作 動流体は非圧縮流とし,物性値の温度依存性は無いとして, 温度場はパッシブスカラーとして扱う.完全発達層流域を 対象とし,熱流動場は定常とした.以上より,熱流動場の 支配方程式は,以下に示す Navier-Stokes の式,連続の式, エネルギー輸送方程式である.

$$u_{j}\frac{\partial u_{i}}{\partial x_{j}} = -\frac{\partial p}{\partial x_{i}} + \frac{1}{\operatorname{Re}}\frac{\partial^{2} u_{i}}{\partial x_{j}\partial x_{j}},$$
(1)

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \tag{2}$$

$$u_{j}\frac{\partial\theta}{\partial x_{j}} = Q + \frac{1}{\Pr\operatorname{Re}}\frac{\partial^{2}\theta}{\partial x_{j}\partial x_{j}}.$$
(3)

本研究では、流れ場に圧力勾配一定条件を課した.従って、 圧力勾配に基づく壁面摩擦速度  $u_{\tau}$ とチャネル半幅(H/2)で 定義される摩擦レイノルズ数を Re = 20 で一定とした.こ れは平滑面におけるバルク流速  $U_b$ と平板間距離 Hに基づ くレイノルズ数では、 $Re_b = U_b H/v = 267$ に対応する.



Fig 1. Coordinate system and geometry of heat transfer surface.

現実には、様々な熱的境界条件が考えられるが、本研究では、伝熱促進に関する普遍的な知見を得るため、下記の理想的な系を考える.まず、温度場の支配方程式(3)に現れる発熱項Qを速度場に付与する平均圧力勾配と等しいとする.

$$Q = -\frac{\partial p}{\partial x}.$$
 (3)

ここで、上付きのバーは流れ方向の平均を表す.また、プ ラントル数を Pr = 1.0とする.更に、壁面境界条件につい ても、速度場と温度場の相似性を考慮し、両壁で $u_i = \theta = 0$ を課す.上記の条件下では、流れ方向速度成分と温度の支 配方程式、壁面境界条件が同形となり、伝熱と圧力損失を 独立に変化させることが最も難しい系となる.この時、両 者の差を生み出す因子は、速度場に対する連続の式(2)の制 約のみとなり、ベクトル量とスカラー量の違いに基づく普 遍的な制御則を抽出できるという利点がある<sup>(5)</sup>.

壁面形状の周期性を考慮し、流れ方向、及びスパン方向

について、一周期分の領域に関して、擬スペクトル法によ り式(1)から(3)を解いた.流れ方向、壁垂直方向、スパン方 向に用いたモード数は(16,17,32)であり、全方向に2倍のモ ードを用いても結果が変わらないことを確認した.

### 3. 随伴解析による形状最適化

本研究では,随伴解析に基づく壁面形状の最適化を行う. 随伴解析では,まずコスト関数を定義し,それを最小化す るように制御入力(本研究では壁面形状η)が更新される. 計算手法の詳細については,他の文献を参照されたい<sup>(2)</sup>. 以下のようにコスト関数Jを定義する.

$$J = -\frac{C_u}{V} \int u dV + \frac{C_{\theta}}{V} \int \theta dV + \frac{C_{\eta}}{S} \int \eta^2 dS + \frac{C_{d\eta}}{S} \int \left(\nabla \eta\right)^2 dS.$$
(2)

ここで、V, Sは、計算体積,及び上下壁の面積である.第 一項はバルク流速、第2項はバルク温度を表す.本研究で は、平均圧力勾配,及び発熱項を一定に保つため、バルク 流速の増加は圧力損失の低減、一方、バルク温度の減少は 伝熱促進を表す.従って、第一項の符号を負とすることに より、圧力損失を抑え、伝熱を増進させる伝熱面形状を探 索する.第3項は変形量 $\eta$ 、第4項は変形勾配のコストに 対応する.各項に含まれる定数は、相対的な利得,及び損 失を表し、それぞれ  $C_u = C_{\theta} = 1.0, C_{\eta} = 0.2$ とした.

## 4. 結果

図 2 に、斜交波状面の振幅を A/H = 0.05, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30 と系統的に変化させた際の圧力損失,及び熱伝達率を丸付き線で示す. 横軸は、摩擦係数 f とバルクレイノルズ数 Re<sub>b</sub>の積,また、縦軸はヌセルト数 Nu であり、それぞれ平滑面の値で正規化されている.尚、図中の下付きの0は、平滑面の値を表す.

斜波状壁面の振幅が大きくなるに従い, 伝熱と圧力損失 共に増加する傾向が確認できる.また,対角を結ぶ点線は, 伝 熱 と 圧 力 損 失 が 同 比 率 で 増 加 す る 状 態 ( $(Nu/fRe_b)/(Nu/fRe_b)_0 = 1.0$ )に対応しており,本条件では振幅 の増加に伴い, 圧力損失の増加率の方が顕著となる.

次に、上述の斜交波状壁の振幅が A/H = 0.25, 及び 0.30 の場合を初期形状とし、式(2)で定義したコスト関数の下、 壁面形状の最適化を行った. 横軸を収束回数として、コス ト関数 J, バルク速度 Ub, バルク温度 Ob, 及び非相似因子 (Nu/Nu<sub>0</sub>)/(fRe<sub>b</sub>/(fRe<sub>b</sub>)<sub>0</sub>)の値の推移を図3に示す. 収束回数の 増加に伴い、コスト関数が単調に減少する様子が分かる. その結果、バルク温度とバルク速度の差が減少し、非相似 因子の値も向上する.最適化された伝熱面における伝熱, 及び圧力損失性能を図2に十字付き線で示す.本研究で用 いた斜交波状壁面では、振幅が小さい程、非相似因子が向 上する. そのため、コスト関数(2)の下で形状最適化を行 った場合,最終的には平滑面に収束する.しかし,平滑面 に推移する過程で、最適化された伝熱面は斜交波状壁に比 べて,高い伝熱性能を示すことが確認できる.具体的には, 同じ圧力損失(fReb/(fReb) = 3.5 付近)において、今回最適化 された伝熱面では Nu が 8%, 同様に, Nu/Nu0 = 3.4 付近で は、fRebが10%低減することが確認された.

これまで、斜交波状面を初期条件として形状最適化を行 ってきたが、それとは全く異なる形状が最適である可能性 も考えられる.そこで、全くランダムな壁面形状を初期条 件として、同様の手順で壁面形状の最適化を行った.その 結果得られた形状は、斜交波状面の様相を呈することが確 認された.この事実は、斜交波状壁は最適形状に近いこと を示唆しており、大変興味深い.最適計算で得られた斜交 波状面の波長,角度等の幾何学パラメータは,流動条件や コスト関数に依存すると考えられる.講演では,様々なコ スト関数の下に形状最適化を行い,伝熱促進に関するより 一般的な設計指針ついて考察する.

## 5. 結論

従来研究において,高い伝熱,及び圧力損失性能を有す ることが報告されている斜交波状壁面に対して,本研究で は随伴解析に基づく形状最適化を行い,更なる性能向上を 確認した.

また, ランダムな壁面形状を初期条件として最適化を行った結果,斜交波状壁面の性質を持つ壁面形状が得られた. 随伴解析では,研究者の直感に頼らずに支配方程式に基づく形状最適化が可能であり,既存の伝熱促進技術を凌駕する新たな伝熱面の開発が期待される.

## 参考文献

(1)森本,他,機論(B編),70-698 (2004),2604.
 (2)Morimoto, K. et al., J. Therm. Sci. Tech., 56-1 (2010), 24.
 (3)Suzue, Y. et al., Int. Heat Trans. Conf., (2006), HEX-24.
 (4)福田,鹿園,日本冷凍空調学会講演論文集, (2007), 293.
 (5) Hasegawa, Y., Kasagi, N., J. Fluid. Mech., 683 (2011), 57.



Fig. 2 Nu and fRe normalized by those at a flat surface.



Fig. 3 Cost functional *J*, bulk mean velocity  $U_b$ , bulk mean temperature  $\Theta_b$  and analogy factor  $(Nu/fRe_b)/(Nu/fRe_b)_0$  as a function of number of iteration in adjoint-based optimization.